

Examen Matemàtiques CCSS 16.12.2021

Oscar Alex Fernandez Mora

15 de desembre de 2021

1. Sea las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & c & c \end{pmatrix}$$

- (a) Calcula los valores de a , b y c para que se satisfaga la igualdad $AB + BC = 2I$.
- (b) Para $a = 4$, $b = -3$ y $c = 1$ calcula el rango de la matriz $A + B - 2C$.

2. Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Razone si la matriz A es simétrica ($A = A^T$).
 - (b) Calcule A^{-1} .
 - (c) Resuelva la ecuación matricial $2XA - A^2 - 3I_3 = 0$.
3. En un estudio de mercado, 500 participantes han probado tres cafés diferentes, presentados como producto A, producto B y producto C, y han escogido cuál de los tres les ha gustado más. Sabemos que el producto B ha sido escogido por el doble de personas que el producto A y que el producto B lo han escogido 32 personas más que los productos A y C juntos. Calcule cuántas personas han escogido cada producto.
4. Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + 3y + z = a \\ 2x + ay - 6z = 8 \\ x - 3y - 5z = 4 \end{cases}$$

- (a) Discútase el sistema en función de los valores del parámetro real a .
- (b) Resuélvase para $a = 4$.
5. Una microcervecería produce 420 litros de cerveza. Produce tres tipos de cerveza: una cerveza tipo lager, una cerveza tipo porter y una cerveza tipo IPA. En una determinada semana la microcervecería vendió tantos litros de la cerveza lager como de la cerveza porter y de la cerveza IPA juntas, y por otro lado la cerveza porter vendió un 20 % más que la suma de la mitad de la cerveza lager más la tercera parte de la cerveza IPA. ¿Cuáles fueron las cantidades en litros de los tres tipos de cerveza de la microcervecería?
6. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 8 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

se pide:

- (a) Calcula A^{-1} .
- (b) Calcula una matriz X , de orden 3×1 , que cumpla $AX = C$.