



Examen Selectivitat Matemàtiques

NOM: _____

DATA: _____

-
- A la capçalera dels fulls, escriu el seu nom.
 - Responen 4 de les 6 qüestions. En les respostes, expliqueu sempre que voleu fer i per què.
 - Cada qüestió val 2,5 punts.
 - Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que emmagatzemin informació o que puguin transmetre o rebre informació.
 - Bona sort.
-

1. Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 3 \\ 2a & 5 & 3a \\ 7 & 4a & 9 \end{pmatrix}$, que depèn del paràmetre a .

(a) Calculeu el rang de la matriu A per als diferents valors del paràmetre a .

(b) Si $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ resolcu l'equació matricial següent: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. Sigui la matriu $A = \begin{pmatrix} a & a & 0 \\ 2 & a+1 & a-1 \\ 2a+1 & 0 & -a-3 \end{pmatrix}$, en què a és un paràmetre real.

(a) Calculeu els valors del paràmetre a per als quals la matriu A és invertible.

(b) Per al cas $a = 3$, resolcu l'equació $A \cdot X = B - 3I$, en què $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

3. Donats els vectors $\vec{u} = (2, -1, 0)$, $\vec{v} = (-1, 3, 4)$ i $\vec{w} = (0, 3a - 1, 4a)$

(a) Calculeu els valors del paràmetre a perquè els vectors \vec{u} , \vec{v} i \vec{w} siguin linealment dependents.

(b) Calculeu els valors del paràmetre a perquè un tetraedre d'arestes \vec{u} , \vec{v} i \vec{w} tingui un volum de $2/3$ d'unitats cúbiques.

4. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

(a) Discuti el sistema per als diferents valors del paràmetre real k .

$$\begin{cases} 2x + 4y + 4z = 4k - 7 \\ 2x - ky = -1 \\ -2x = k + 1 \end{cases}$$

(b) Resolcu el sistema per a $k = 0$

5. Considereu l'equació matricial $\mathbf{X} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}$, en què

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ a & -3 & a-1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 5 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

(a) Per a quins valors del paràmetre a l'equació matricial té una solució única?

(b) Trobeu la matriu \mathbf{X} que satisfà l'equació matricial quan $a = 3$.

6. Sabem que el vector $(2, 1, -1)$ és una solució del sistema

$$\left. \begin{aligned} ax + by + cz &= a + c \\ bx - y + bz &= a - b - c \\ cx - by + 2z &= b \end{aligned} \right\}$$

Calculeu el valor dels paràmetres a , b i c .