



Examen Selectivitat *Matemàtiques II*

NOM: _____

DATA: _____

-
- En la cabecera de las hojas, escriba su nombre.
 - Responda 5 de las 6 las cuestiones. En las respuestas, explique siempre que quiere hacer y por qué.
 - Cada cuestión vale 2 puntos.
 - Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que almacenen información o que puedan transmitir o recibir información.
 - Buena suerte.
-

1. Considere el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

(a) Discuta el sistema para los diferentes valores del parámetro real β .

$$\begin{cases} (\beta + 3)x + (2\beta - 1)y = 0 \\ (\beta + 1)x + \beta y = \beta \\ 2x + (\beta - 2)y - \beta z = \beta \end{cases}$$

(b) Resolver el sistema para los valores que sean compatible indeterminado.

2. Una microcervecería produce 420 litros de cerveza. Produce tres tipos de cerveza: una cerveza tipo lager, una cerveza tipo porter y una cerveza tipo IPA. En una determinada semana la microcervecería vendió tantos litros de la cerveza lager como de la cerveza porter y de la cerveza IPA juntas, y por otro lado la cerveza porter vendió un 20 % más que la suma de la mitad de la cerveza lager más la tercera parte de la cerveza IPA. ¿Cuáles fueron las cantidades en litros de los tres tipos de cerveza de la microcervecería?

3. Sea la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 0 \end{pmatrix}$, en la que a es un parámetro real.

- (a) Calcular para qué valores del parámetro a se satisface la igualdad $M^2 - M - 2I = \bar{0}$, en la que I es la matriz identidad y $\bar{0}$ es la matriz nula, ambas de orden 2.
- (b) Utilizando la igualdad del apartado anterior, encuentre una expresión general para calcular la matriz inversa de la matriz M y, a continuación, calcular la inversa de M para el caso $a = \sqrt{2}$.

4. Dada la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & -1 & -1 \\ 1 & \alpha & 1 \\ \alpha - 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- (a) Encuentre los valores del parámetro α para que la matriz NO sea invertible.
- (b) En caso de existir, calcule A^{-1} para $\alpha = 2$.

5. Calculen:

- (a) las coordenadas de un vector \vec{u} que sea ortogonal a $\vec{v} = (1, 2, 3)$ i a $\vec{w} = (1, -1, 1)$ y que cumpla que $[\vec{v}, \vec{v}, \vec{w}] = 19$.
- (b) Encuentre el valor o valores de m para que los vectores $\vec{u} = (3, -5, 1)$, $\vec{v} = (2, 1, -1)$ y $\vec{w} = (1, 4, m)$ determinen un paralelepípedo de volumen $11 u^3$

6. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) Si $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ es la matriz de orden 3, calcule para que valores de k la matriz $A + kI$ tiene inversa. Encuentre, si existe la matriz inversa de $A - 2I$
- (b) Calcule la matriz X que satisfaga la ecuación $X \cdot A + A^T = 2X$, en que A^T es la matriz traspuesta de la matriz A .